CENTRALE COMMISSIE VOORTENTAMEN WISKUNDE

Tentamen Wiskunde A

Datum:	17 april 2026
Tijd:	13.30 – 16.30 uur
Aantal opgaven:	6

Lees onderstaande aanwijzingen s.v.p. goed door voordat u met het tentamen begint. Als u zich niet aan deze aanwijzingen houdt, kan dit tot aftrek van punten leiden.

Zet uw naam op alle in te leveren antwoordbladen.

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad.

Laat bij elke vraag door middel van een redenering, een berekening, of een toelichting op het gebruik van de rekenmachine zien hoe het antwoord is verkregen. Zonder redenering of berekening worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend (*zie ook opgave 1*).

Schrijf leesbaar en met inkt. Gebruik geen correctievloeistof zoals tipp-ex. Gebruik van een potlood is alleen toegestaan bij het tekenen van grafieken.

Bij het tentamen kunt u gebruik maken van een eenvoudige wetenschappelijke rekenmachine. **Overige hulpmiddelen, zoals een grafische rekenmachine, een rekenmachine met de mogelijkheid om integralen te berekenen, een formulekaart, BINAS of een tabellenboek, zijn NIET toegestaan**.

Op de laatste twee bladzijden van dit tentamen is een lijst met formules afgedrukt.

Het gebruik van een mobiele telefoon of andere telecommunicatieapparatuur tijdens het tentamen is verboden. Zet uw **mobiele telefoon uit** en stop deze in uw tas.

Te behalen punten per onderdeel:

Opgave	1	2	3	4	5	6
a	7	6	4	4	4	3
b	6	4	3	4	2	2
c	4	4	2	5	6	3
d			6		2	
Totaal	17	14	15	13	14	8

$$\text{Cijfer} = \frac{\text{behaald aantal punten}}{9} + 1$$

U bent geslaagd als uw cijfer 5,5 of hoger is.

Opgave 1 – Algebraïsche vaardigheden

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

*Bij het **algebraïsch** uitwerken van opgaven moet de berekening volledig op papier worden gegeven. Het aflezen van functiewaarden uit een al dan niet met een rekenmachine gemaakte tabel is geen algebraïsche berekening. De rekenmachine mag wel gebruikt worden voor eenvoudige berekeningen en voor het benaderen van getallen zoals* $\sqrt{2}$ *en* $\log(3)$.
Tenzij anders vermeld, dienen alle berekeningen in dit tentamen algebraïsch te worden uitgewerkt.

De functie f wordt gegeven door $f(x) = x^4 - 10x^3 + 28x^2 - 64$.

7pt a Bereken algebraïsch de minimale waarde van $f(x)$.

De functie g wordt gegeven door

$$g(x) = \frac{2 - x^2}{x + 2}$$

6pt b Bereken algebraïsch de waarde(n) van x waarvoor de grafiek van g in het punt $A\big(x, g(x)\big)$ evenwijdig loopt aan de lijn met vergelijking $y = x - 4$.

4pt c Bereken algebraïsch de som van de machten van 3 die tussen 10 en 10 miljoen liggen.
Hint: De grootste macht van 3 kleiner dan $10\,000\,000$ *is* $3^{14} = 4\,782\,969$, *dus u moet* $27 + 81 + \cdots + 1\,594\,323 + 4\,782\,969$ *berekenen*.

Opgave 2 – Het WK voetbal op je smartphone

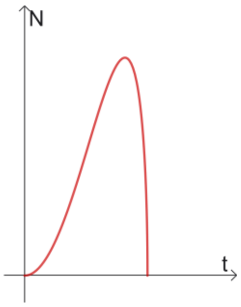
Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

Op 1 juni zal er een app gelanceerd worden met informatie over de prestaties van het Nederlands Elftal op het wereldkampioenschap voetbal. Er zijn twee modellen voor het aantal gebruikers van deze app in de maanden na de lancering.

In het eerste model wordt het aantal gebruikers gegeven door

$$N_1 = t^2 \cdot \sqrt{8 - 3t^2}$$

In deze formule is N_1 het aantal gebruikers in miljoenen volgens het eerste model en is t de tijd in maanden, met $t = 0$ op 1 juni.
In de figuur hieronder ziet u de grafiek die het verband tussen N_1 en t weergeeft.



6pt a Bereken algebraïsch het tijdstip waarop volgens het eerste model het aantal gebruikers van deze app maximaal is.

In het tweede model wordt het aantal gebruikers gegeven door

$$N_2 = \mathrm{e}^{-t^2 + 4t - 2}$$

In deze formule is N_2 het aantal gebruikers in miljoenen volgens het tweede model en is t weer de tijd in maanden, met $t = 0$ op 1 juni.

4pt b Bereken algebraïsch met welk percentage het aantal gebruikers van de app op $t = 1$ volgens het tweede model verschilt van het aantal gebruikers van de app op $t = 1$ volgens het eerste model.

4pt c Gebruik de afgeleide $\frac{\mathrm{d}N_2}{\mathrm{d}t}$ om te bepalen of, volgens het tweede model, het aantal gebruikers van de app toeneemt of afneemt op 16 juli (dat is als $t = 1{,}5$).

Opgave 3 – Pakketten bezorgen

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

Een webwinkel gebruikt al jaren bezorgdienst V&Z (veilig en zeker) om de bestelde pakketten bij de klanten te bezorgen. Bij V&Z is de levertijd van de pakketten normaal verdeeld met een gemiddelde van $\mu = 60$ uur en een standaardafwijking van $\sigma = 12$ uur.

4pt **a** Gebruik de figuur onderaan deze pagina om het percentage van deze pakketten te berekenen met een levertijd tussen 60 uur en 78 uur.

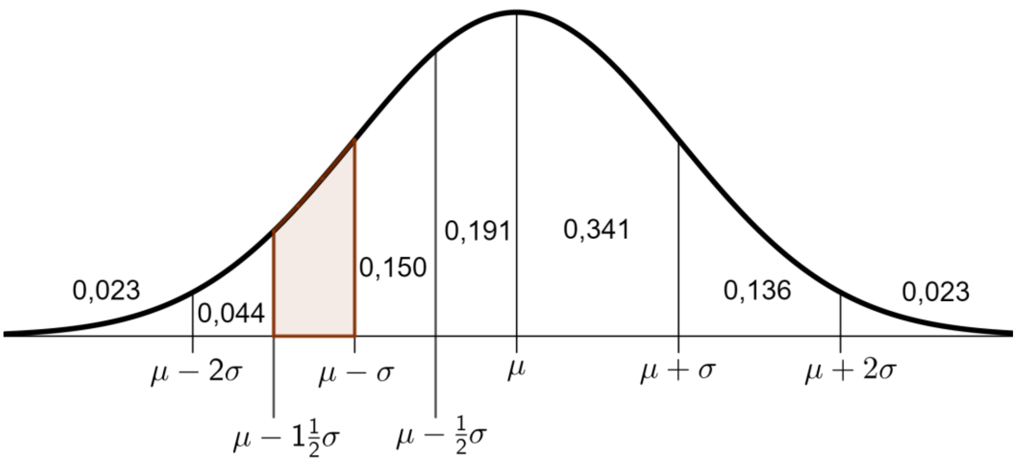
De webwinkel is op zoek naar een bezorgdienst die beter aansluit bij hun wensen. Bij bezorgdienst B&B (beter en betrouwbaar) is de levertijd van de pakketten normaal verdeeld met een gemiddelde van $\mu = 62$ uur en een standaardafwijking van $\sigma = 8$ uur.

3pt **b** Bij welk van deze twee bezorgdiensten is het percentage pakketten met een levertijd van minder dan 75 uur het hoogst?
Licht uw antwoord toe met een berekening of een redenering!

Bezorgdienst G&G (goed en goedkoop) beweert, dat bij hen de gemiddelde levertijd 60 uur is. Aangezien G&G veel goedkoper is dan V&Z, vermoedt de webwinkel dat de levertijd bij G&G langer is dan 60 uur. Om dit te toetsen worden onafhankelijk van elkaar 40 pakketten verstuurd met G&G. Bij deze toetsingsprocedure nemen we aan dat de levertijd van de pakketten normaal verdeeld is met een standaardafwijking van 12 uur en nemen we een onbetrouwbaarheidsdrempel van $\alpha = 0{,}05$.

2pt **c** Formuleer de nulhypothese en de alternatieve hypothese voor deze toetsingsprocedure.

6pt **d** Wat is de conclusie van deze toetsingsprocedure als de gemiddelde levertijd van deze 40 pakketten 64 uur is?



Een normale kansverdeling X. De oppervlakte van het grijze vlakdeel komt overeen met $P\left(\mu - 1\frac{1}{2}\sigma < X < \mu - \sigma\right) = 0{,}092.$

Opgave 4 – Een intermezzo op een bingoavond

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

Tijdens de pauze van een bingoavond kan een kort spel gespeeld worden.
In dit spel pakt een deelnemer blindelings vier verschillende munten uit een kom, waarin 15 rode, 15 blauwe, 15 groene en 5 goudkleurige munten zitten.

4pt a Bereken de kans dat de vier munten die een deelnemer pakt, vier verschillende kleuren hebben.
Rond uw antwoord af op 4 cijfers achter de komma.

In dit spel winnen de deelnemers een prijs als zij tenminste één goudkleurige munt pakken. De kans dat een deelnemer een prijs wint is ongeveer $0{,}3530$.

4pt b Bereken deze kans afgerond op 6 cijfers achter de komma.

Een deelnemer spelt dit spel 10 keer.

5pt c Bereken de kans dat deze deelnemer in precies 4 van deze 10 keer een prijs wint.
Rond uw antwoord af op 4 cijfers achter de komma.

Opgave 5 staat op de volgende pagina

Opgave 5 – Twee groeimodellen

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

In het voorjaar van 1995 werden mobiele telefoons geïntroduceerd in land L.
In de eerste tien jaar, dat is van 1995 tot 2005, groeide het percentage van de bevolking van land L dat (één of meer) mobiele telefoons gebruikte exponentieel.
Op 1 juli 1996 gebruikte 0,96% van de bevolking een mobiele telefoon.
Op 1 juli 2000 gebruikte 4,86% van de bevolking een mobiele telefoon.

4pt **a** Bereken algebraïsch het percentage van de bevolking van land L dat mobiele telefoons gebruikte op 1 januari 1999.

2pt **b** Leg uit waarom het exponentiële groeimodel niet kan gelden voor de volgende periode van 10 jaar (dat is van 2005 tot 2015).

Volgens telefoonprovider Letrebil wordt het percentage van de bevolking van land L dat mobiele telefoons gebruikte na 2005 gegeven door de formule

$$P = 9(10 - 5{,}9\mathrm{e}^{-0{,}28t})$$

(t in jaren, $t = 0$ op 1 juli 2005)

6pt **c** Bereken algebraïsch het tijdstip (jaar en maand) waarop volgens de formule van Letrebil 81% van de bevolking van land L mobiele telefoons gebruikte.

2pt **d** Wat zal op de lange duur het percentage van de bevolking van land L zijn dat mobiele telefoons gebruikt volgens deze formule?

Opgave 6 staat op de volgende pagina

Opgave 6 – Zonuren

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

Een zonnepark heeft het langjarig gemiddelde aantal zonuren per dag geregistreerd voor iedere dag van het jaar. Dit aantal kan worden benaderd met de formule

$$Z = 4{,}6 + 2{,}8\sin(0{,}017214(t - 75))$$

In deze formule is t het dagnummer, bijvoorbeeld $t = 1$ op 1 januari en $t = 365$ op 31 december. *In deze opgave verwaarlozen we een eventuele schrikkeldag.*

3pt a Verklaar de factor $0{,}017214$ in deze formule.

2pt b Bepaal het minimale en het maximale gemiddelde aantal zonuren per dag volgens deze formule.

3pt c Bereken algebraïsch het nummer van de dag waarop het gemiddelde aantal zonuren maximaal is volgens bovenstaande formule.

Einde van het tentamen.

*Als u klaar bent met het tentamen, controleer dan of **uw naam** en het **opgavenummer** op ieder antwoordblad staat.*
Doe de antwoordbladen in de juiste volgorde in het plastic mapje en doe het blaadje met uw gegevens voorop in dit mapje.

*Wat er **niet** in het mapje moet:*
- lege blaadjes, laat deze s.v.p. op uw tafel liggen;
- blaadjes waar alleen uw naam op staat, neem deze s.v.p. mee;
- kladpapier;
- deze opgaven.

Alleen zo kunnen wij zorgen voor een vlotte correctie van uw tentamenwerk.

Blijf zitten totdat één van de surveillanten uw mapje inneemt (of u bij zich roept).

Formulelijst Wiskunde A

Tweedegraads vergelijkingen

De oplossingen van de vergelijking $ax^2 + bx + c = 0$ met $a \neq 0$ en $b^2 - 4ac \geq 0$ zijn $x = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ en $x = \dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Differentiëren

Naam van de regel	**Functie**	**Afgeleide**
Somregel	$s(x) = f(x) + g(x)$	$s'(x) = f'(x) + g'(x)$
Productregel	$p(x) = f(x) \cdot g(x)$	$p'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
Quotiëntregel	$q(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$	$q'(x) = \dfrac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{\left(g(x)\right)^2}$
Kettingregel	$k(x) = f(g(x))$	$k'(x) = f'\left(g(x)\right) \cdot g'(x)$ ofwel $\dfrac{dk}{dx} = \dfrac{df}{dg} \cdot \dfrac{dg}{dx}$

Logaritmen

Regel	**Voorwaarden**
${}^{g}\log a + {}^{g}\log b = {}^{g}\log ab$	$g > 0,\ \ g \neq 1,\ \ a > 0,\ \ b > 0$
${}^{g}\log a - {}^{g}\log b = {}^{g}\log \dfrac{a}{b}$	$g > 0,\ \ g \neq 1,\ \ a > 0,\ \ b > 0$
${}^{g}\log a^{p} = p \cdot {}^{g}\log a$	$g > 0,\ \ g \neq 1,\ \ a > 0$
${}^{g}\log a = \dfrac{{}^{p}\log a}{{}^{p}\log g}$	$g > 0,\ \ g \neq 1,\ \ a > 0,\ \ p > 0,\ \ p \neq 1$

Rijen

rekenkundige rij:	$Som = \frac{1}{2} \cdot aantal\ termen \cdot (u_e + u_l)$
meetkundige rij:	$Som = \dfrac{u_{l+1} - u_e}{r - 1} \quad (r \neq 1)$
In beide formules geldt:	*e* = rangnummer eerste term; *l* = rangnummer laatste term

Meer formules op de volgende pagina.

Formulelijst wiskunde A (vervolg)

Kansrekening

Voor alle toevalsvariabelen *X* en *Y* geldt: $E(X+Y)=E(X)+E(Y)$
Voor onafhankelijke toevalsvariabelen *X* en *Y* geldt: $\sigma(X+Y)=\sqrt{\sigma^2(X)+\sigma^2(Y)}$

$\sqrt{n}$-wet:
Bij een serie van *n* onafhankelijk van elkaar herhaalde experimenten geldt voor de som *S* en voor het gemiddelde $\overline{X}$ van de uitkomsten *X*:

$E(S)=n\cdot E(X)$ $\qquad$ $\sigma(S)=\sqrt{n}\cdot\sigma(X)$

$E(\overline{X})=E(X)$ $\qquad$ $\sigma(\overline{X})=\dfrac{\sigma(X)}{\sqrt{n}}$

Binomiale verdeling

Voor de binomiaal verdeelde toevalsvariabele *X*, waarbij *n* het aantal experimenten is en *p* de kans op succes per keer, geldt:

$P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$ met $k=0,1,2,\dots,n$

Verwachtingswaarde: $E(X)=np$ $\qquad$ Standaardafwijking: $\sigma(X)=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}$

n en *p* zijn de parameters van de binomiale verdeling.

Normale verdeling

Voor een toevalsvariabele *X* die normaal verdeeld is met gemiddelde μ en standaardafwijking σ geldt:

$Z=\frac{X-\mu}{\sigma}$ is standaard normaal verdeeld en $P(X<g)=P\left(Z<\frac{g-\mu}{\sigma}\right)$

μ en σ zijn de parameters van de normale verdeling.

Toetsen van hypothesen

Bij een toetsingsprocedure waarbij de toetsingsgrootheid *T* normaal verdeeld is met gemiddelde μ_T en standaardafwijking σ_T zijn de grenswaarden voor het beslissingscriterium:

α	linkszijdig	rechtszijdig	tweezijdig
0,05	$g=\mu_T-1{,}645\sigma_T$	$g=\mu_T+1{,}645\sigma_T$	$g_l=\mu_T-1{,}96\sigma_T$
			$g_r=\mu_T+1{,}96\sigma_T$
0,01	$g=\mu_T-2{,}33\sigma_T$	$g=\mu_T+2{,}33\sigma_T$	$g_l=\mu_T-2{,}58\sigma_T$
			$g_r=\mu_T+2{,}58\sigma_T$

